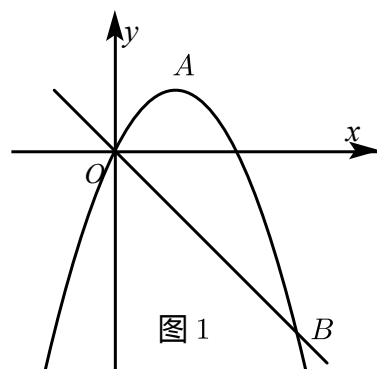
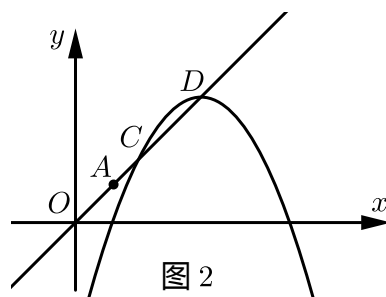


第3讲二次函数与定值问题（练习）

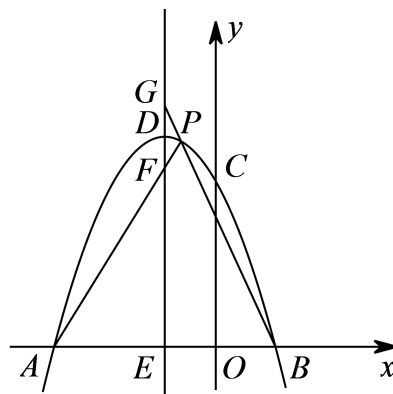
1. 如图1，已知抛物线 $y = -x^2 + mx + m - 2$ 的顶点为 A ，且经过点 $B(3, -3)$ 。



- (1) 求顶点 A 的坐标。
- (2) 若 P 是抛物线上且位于直线 OB 上方的一个动点，求 $\triangle OPB$ 的面积的最大值及此时点 P 的坐标。
- (3) 如图2，将原抛物线沿射线 OA 方向进行平移得到新的抛物线，新抛物线与射线 OA 交于 C, D 两点，请问：在抛物线平移的过程中，线段 CD 的长度是否为定值？若是，请求出这个定值；若不是，请说明理由。



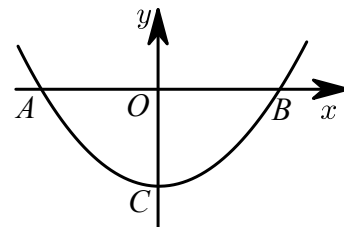
2. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 交 x 轴于 A, B 两点（ A 在 B 的左侧），且 $OA = 3$ ， $OB = 1$ ，与 y 轴交于 $C(0, 3)$ ，抛物线的顶点坐标为 $D(-1, 4)$ 。



- (1) 求 A, B 两点的坐标。
- (2) 求抛物线的解析式。
- (3) 过点 D 作直线 $DE \parallel y$ 轴，交 x 轴于点 E ，点 P 是抛物线上 B, D 两点间的一个动点（点 P 不与 B, D 两点重合）， PA, PB 与直线 DE 分别交于点 F, G ，当点 P 运动时， $EF + EG$ 是否为定值？若是，试求出该定值。若不是，请说明理由。

3. 抛物线 $y = ax^2 + c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点，顶点为 C ，点 P 为抛物线上，且位于 x 轴下方。

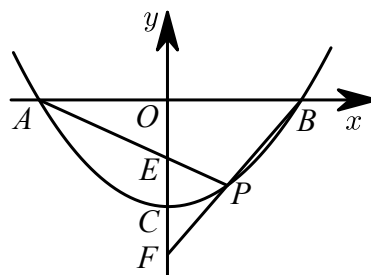
(1) 如图，若 $P(1, -3)$ 、 $B(4, 0)$ ，



① 求该抛物线的解析式。

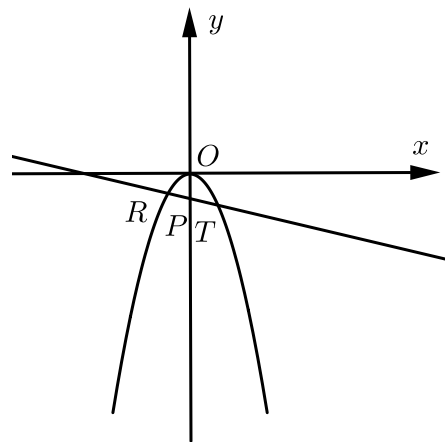
② 若 D 是抛物线上一点，满足 $\angle DPO = \angle POB$ ，求点 D 的坐标。

(2) 如图，已知直线 PA 、 PB 与 y 轴分别交于 E 、 F 两点。当点 P 运动时， $\frac{OE + OF}{OC}$ 是否为定值？若是，试求出该定值；若不是，请说明理由。

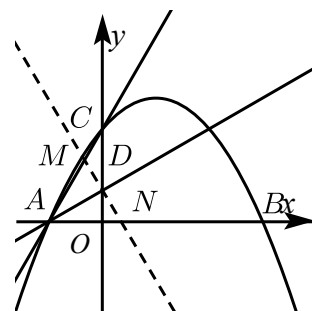


4. 抛物线 $y = -x^2 + mx + n$ 与 x 轴交于 M 、 N 两点 (M 在 N 左侧)，点 P 为 x 轴上方的抛物线上一动点，作 $PQ \perp x$ 轴于 Q ，试证明： $\frac{PQ}{MQ} + \frac{PQ}{NQ}$ 的值是一个定值。

5. 已知抛物线 $y = -x^2$ ，点 $P\left(0, -\frac{1}{4}\right)$ ，过点 P 任做一直线 m 与抛物线交于 R 、 T 两点，证明 $\frac{RT}{PR \cdot PT}$ 的值为定值。



6. 如图，已知二次函数 $y = -\frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 的图像与 x 轴交于 A 、 B 两点（点 A 在点 B 的左边），与 y 轴交于点 $C(0, 3)$ ，且抛物线的对称轴为直线 $x = \sqrt{3}$ 。



(1) 直接写出 b 的值及点 A 的坐标。

(2) $\angle BAC$ 的平分线交 y 轴于点 D ，过点 D 的直线 l 与射线 AC ， AB 分别交于点 M ， N 。

① 直接写出： $\frac{1}{AC} + \frac{1}{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

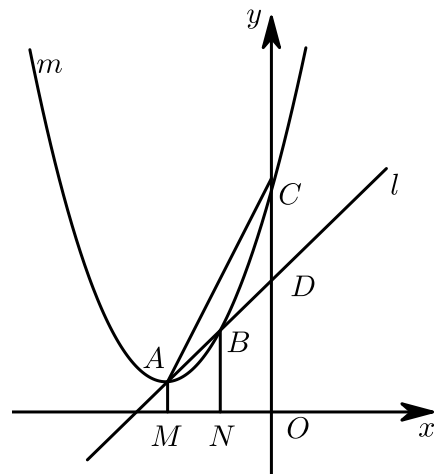
② 当直线 l 绕点 D 旋转时， $\frac{1}{AM} + \frac{1}{AN}$ 是否为定值，若是，求出这个值；若不是，说明理由。

7. 已知抛物线 $m: y = x^2 + bx + c$ 与直线 $l: y = x + 2$ 交于 A 、 B 两点，交 y 轴于点 C ，直线 l 交 y 轴于点 D 。

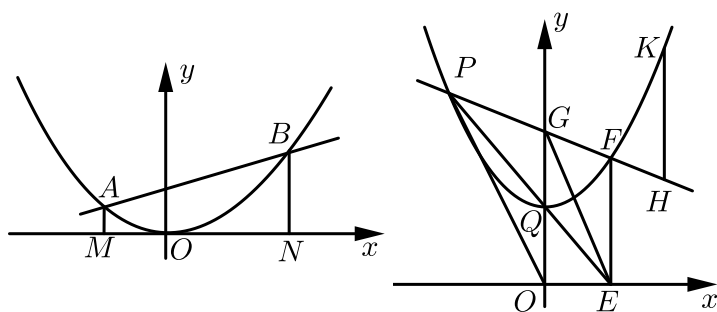
(1) 若 A 为抛物线顶点，且 $b = c$ ，求 b 的值。

(2) 连接 AC ， BC ，若点 B 在第二象限， $\angle ACD = \angle CBD$ ，求点 C 的坐标。

(3) 若 A 、 B 均在 x 轴上方，分别过点 A 、 B 作 x 轴的垂线，垂足分别为 M 、 N ，当 c 取某一确定值时，对于任意的 b 的可能取值， $\frac{1}{AM} + \frac{1}{BN}$ 的值恒为定值，求此时 c 和 $\frac{1}{AM} + \frac{1}{BN}$ 的值。



8. 已知抛物线 $C_1: y = ax^2$ 与直线 $y = 2x - 1$ 只有一个公共点.



(1) 求 a 的值.

(2) 直线 $y = kx + \frac{1}{4}$ 与抛物线交于点 A 、 B , 分别过点 A 、 B 作 $AM \perp x$ 轴于点 M 、 $BN \perp y$ 轴于点 N , 试问 $AB - AM - BN$ 的值是否发生变化. 如果变化, 请求出其取值范围, 如果不变, 请求出其值.

(3) 将抛物线上 C_1 向上平移1个单位长度后得到新抛物线 C_2 , 点 P 为对称轴左侧抛物线上一动点, 点 Q 为新抛物线的顶点, PQ 交 x 轴于点 E , 过点 E 作 $EF \perp x$ 轴交 C_2 于点 F , 直线 PF 交 y 轴于点 G , 连接 GE 、 PO , $EG \parallel OP$, 点 K 为对称轴右侧抛物线上一动点, 过点 K 作 $KH \parallel y$ 轴交直线 PF 于点 H , 求证: $\frac{FH \cdot PH}{KH}$ 的值为定值.